ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - ВАРНА
Technical University of Varna
е-списание ТУ-Варна
ISSN 3033-2559
OPEN ACCESS
DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

УСТОЙЧИВОСТ НА АДАПТИВНОТО ФОРМИРАНЕ НА ЛЪЧА НА АНТЕННА РЕШЕТКА ПРИ СЪВМЕСТНО ДЕЙСТВИЕ НА ЪГЛОВА ГРЕШКА И ОСТАТЪЧНО ВЗАИМНО ВЛИЯНИЕ МЕЖДУ ЕЛЕМЕНТИТЕ

Гл. ас. д-р инж. Мирослава Гришева Донева
Технически университет – Варна

Резюме: *Изследва се устойчивостта на адаптивното формиране на лъча на линейна 12-елементна антенна решетка при съвместно действие на ъглова грешка и непълна компенсация на взаимното влияние между елементите. Извадковият метод MVDR и варианти с диагонално натоварване се сравняват чрез симулации в MATLAB с 200 случайни реализации. Качеството се оценява чрез средната загуба на изходното отношение сигнал към смущения и шум спрямо идеална граница при праг 3 dB. При 128 наблюдения допустими комбинации не са установени. При 512 наблюдения и параметър на натоварването 0,1 най-широкото множество от проверени допустими точки включва шестте ъглови грешки от −1,5° до +1° през 0,5° за всички изследвани компенсационни неточности. В тези точки горната граница на приблизителния точков 95% доверителен интервал остава под прага. Резултатите показват необходимостта натоварването да се избира според целия диапазон на неточностите. Изводите се отнасят до зададения модел и дискретната мрежа.*

Ключови думи: *адаптивна антенна решетка, формиране на лъча, ъглова грешка, взаимно влияние, MVDR, диагонално натоварване.*

ROBUSTNESS OF ADAPTIVE ANTENNA ARRAY BEAMFORMING UNDER COMBINED ANGULAR ERROR AND RESIDUAL MUTUAL COUPLING BETWEEN ARRAY ELEMENTS

Assist. Prof. Dr. Eng. Miroslava Grisheva Doneva
Technical University of Varna

Abstract: *The robustness of adaptive beamforming for a 12-element uniform linear antenna array is investigated under combined angular error and imperfect mutual coupling compensation. Sample MVDR beamforming and diagonally loaded variants are compared using MATLAB simulations with 200 random trials. Performance is assessed through the mean output signal-to-interference-plus-noise ratio loss relative to an ideal benchmark, with a 3 dB threshold. No admissible combinations are identified with 128 snapshots. With 512 snapshots and a loading parameter of 0.1, the largest set of tested admissible points comprises six angular errors from −1.5° to +1° in 0.5° steps for all tested compensation errors. At these points, the upper bound of the approximate pointwise 95% confidence interval remains below the threshold. The results show that loading should be selected over the full uncertainty range rather than solely at the matched condition. The findings are limited to the specified model and*

DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

discrete parameter grid.

Keywords: *adaptive antenna array, beamforming, angular error, mutual coupling, MVDR, diagonal loading.*

1. Въведение

Адаптивното формиране на лъча позволява пространствено потискане на смущаващите сигнали при запазване на полезния сигнал. Комплексните тегловни коефициенти се определят според критерия за оптимизация и наличните данни, а качеството на приемане зависи от точността на модела на пространствения отговор [12].

При метода за формиране на лъча с минимална дисперсия и неизкривен отговор (MVDR) се налага ограничение за запазване на сигнала от предполагаемата посока на пристигане. Грешката в тази посока води до неточен вектор на насочване. Когато полезният сигнал присъства в данните за оценяване на ковариационната матрица, несъответствието може да причини частичното му потискане и намаляване на изходното отношение сигнал към смущения и шум (SINR) [15].

Взаимното влияние между антенните елементи също изменя пространствения отговор [6]. Неточната оценка на матрицата, използвана за компенсацията му, оставя остатъчно несъответствие между действителния отговор и номиналния модел.

Едновременното наличие на ъглова грешка и непълна компенсация поставя въпроса кои техни комбинации са допустими при зададено качество на приемане. Диагоналното натоварване на извадковата ковариационна матрица е подход за повишаване на устойчивостта, но изборът му предполага компромис между чувствителността към неточности и потискането на смущенията [15].

Предходни разработки разглеждат определянето на посоката на пристигане и адаптивното формиране на лъча за правоъгълни решетки с изотропни елементи [4, 13], смарт антени с полувълнови диполи [10, 14] и анализ на антенни конфигурации чрез ESPRIT [11].

Разработени са различни подходи за повишаване на устойчивостта при неточен пространствен отговор. Неопределеността се описва чрез елипсоид от допустими вектори и се налага ограничение върху отговора за цялото множество [8]. Реконструкцията на ковариационната матрица на смущенията и шума се съчетава с оценяване на вектора на полезния сигнал [7]. Принципите на регуляризацията, оптимизацията при най-неблагоприятен случай и оценяването на вектора на насочване са систематизирани в [16].

Съвместното несъответствие в ковариационната матрица и вектора на насочване при деформация на гъвкава сонарна решетка се разглежда чрез реконструкция на ковариационната матрица и корекция на вектора на насочване с пръстеновидни множества на неопределеност [17]. В настоящото изследване се оценява загубата при съвместно действие на ъглова грешка и непълна компенсация на взаимното влияние чрез извадковия MVDR и варианти с диагонално натоварване.

Целта е да се оценят допустимите комбинации от ъглова грешка и компенсационна неточност за линейна еквидистантна антенна решетка. Устойчивостта

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - ВАРНА
Technical University of Varna
е-списание ТУ-Варна
ISSN 3033-2559
OPEN ACCESS
DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

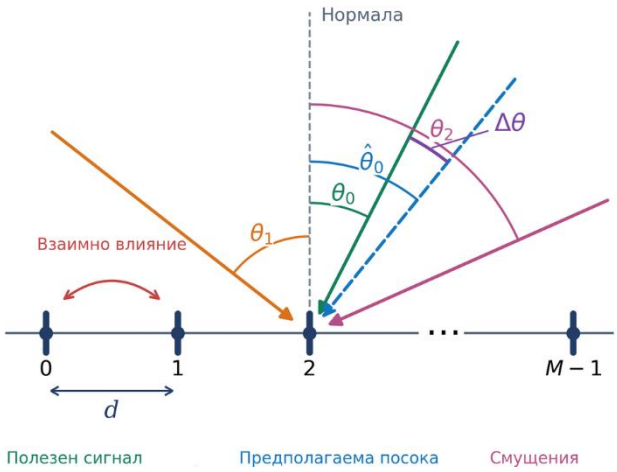
се характеризира чрез запазване на средната загуба на изходното SINR под зададен праг спрямо идеална сравнителна граница. Извадковият MVDR и вариантите с диагонално натоварване се сравняват чрез многократни случайни реализации в MATLAB.

2. Математически модел и постановка на изследването

Пространствените характеристики на линейните еквидистантни антенни решетки зависят от амплитудното разпределение по елементите [1]. Анализът на смарт антенните решетки обхваща определянето на посоките на пристигане на сигналите и адаптивното формиране на лъча [3]. В настоящото изследване се разглежда линейна еквидистантна решетка с M идентични елемента и междуелементно разстояние d (фиг. 1). Източниците са в далечната зона и падащите вълни се приемат за плоски. При теснолентовото приближение пространствените закъснения се представят чрез фазови отмествания [12]. Ъгълът θ се отчита спрямо нормалата към оста на решетката. Векторът на насочване има вида:

$$a(\theta) = [1, exp(j\beta d\, sin\theta), \dots, exp(j\beta d(M-1)sin\theta)]^{\mathrm{T}}, \quad (1)$$

където $\beta = 2\pi/\lambda$ е вълновото число, а λ е дължината на вълната. Еднаквият отговор на отделните елементи се включва в амплитудите на сигналите.



Фиг. 1. Линейна еквидистантна антенна решетка и направления на приеманите сигнали

Решетката приема полезен сигнал от посока θ_0 и K смущаващи сигнала от посоки $\theta_1, \dots, \theta_K$. Векторът на данните на изходите на приемните канали при n-тото наблюдение е:

$$x(n) = CA\, s(n) + v(n), \quad (2)$$

където:

$$A = [a(\theta_0), a(\theta_1), \dots, a(\theta_K)] \quad (3)$$

$$s(n) = [s_0(n), s_1(n), \dots, s_K(n)]^{\mathrm{T}} \quad (4)$$

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - ВАРНА
Technical University of Varna
е-списание ТУ-Варна
ISSN 3033-2559
OPEN ACCESS
DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

Взаимното влияние между антенните елементи се представя с безразмерна ефективна матрица C при фиксирани работна честота, геометрия и условия на натоварване [6]. Компенсацията му при правоъгълни смарт антенни решетки с изотропни елементи е разгледана в [2, 5]. Матрицата C описва изменението на пространствения отговор и се различава от матрицата на взаимните импеданси. При отсъствие на взаимно влияние C = I, където I е единичната матрица с размер M × M.

Приема се, че сигналите са с нулеви средни стойности, взаимно некорелирани и независими от шума. Векторът $v(n)$ описва адитивен бял гаусов шум на приемните канали с ковариационна матрица

$$E\{v(n)v^{\mathrm{H}}(n)\} = \sigma_{\mathrm{v}}{}^{2}I, \tag{5}$$

където $E\{\cdot\}$ е математическото очакване, σ_v^2 е шумовата мощност на канал, а H означава комплексно спрегнато транспониране. Шумът се добавя след действието на C; моделът не обхваща всички шумови източници в реалната система.

За компенсация на взаимното влияние се използва оценка $\hat{C}$ на действителната матрица C. При обратима $\hat{C}$ се приема следното линейно преобразуване на данните:

$$z(n) = \hat{\mathrm{C}}^{-1}x(n) = BA\,s(n) + \tilde{v}(n), \tag{6}$$

където

$$B = \hat{\mathrm{C}}^{-1}C, \quad \tilde{v}(n) = \hat{\mathrm{C}}^{-1}v(n) \tag{7}$$

При точна компенсация $\hat{C} = C$ и $B = I$. В останалите случаи B описва остатъчното изменение на пространствения отговор. Шумовата ковариационна матрица също се преобразува. От (5) и (7) следва:

$$R_{\tilde{\mathrm{v}}} = E\{\tilde{v}(n)\tilde{v}^{\mathrm{H}}(n)\} = \hat{\mathrm{C}}^{-1}E\{v(n)v^{\mathrm{H}}(n)\}(\hat{\mathrm{C}}^{-1})^{\mathrm{H}} = \sigma_{\mathrm{v}}{}^{2}\hat{\mathrm{C}}^{-1}(\hat{\mathrm{C}}^{-1})^{\mathrm{H}}. \tag{8}$$

За контролирано изменение на компенсационната неточност в настоящото изследване се въвежда параметризацията:

$$\hat{\mathrm{C}}(\rho) = I + (1-\rho)(C-I), \quad 0 \le \rho \le 1 \tag{9}$$

Параметърът ρ задава преход от точна компенсация ($\rho = 0$) към липса на компенсация ($\rho = 1$). Междинните стойности описват подценяване на отклонението на C от I. Зависимост (9) е приета за настоящите симулации и не обхваща произволни амплитудни и фазови грешки в оценката на C. Разглеждат се само обратими матрици $\hat{C}(\rho)$, като се контролира тяхната обусловеност.

Предполагаемата посока на пристигане на полезния сигнал се задава чрез ъгъл:

$$\hat{\theta}_0 = \theta_0 + \Delta\theta, \tag{10}$$

където $\Delta\theta$ е ъгловата грешка. При определяне на тегловните коефициенти се използва номиналният вектор:

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - ВАРНА
Technical University of Varna
е-списание ТУ-Варна
ISSN 3033-2559
OPEN ACCESS
DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

$$\hat{a}_0 = a(\theta_0), \tag{11}$$

докато действителният вектор на полезния сигнал след компенсацията е:

$$h_0 = Ba(\theta_0). \tag{12}$$

Несъответствието между двата вектора се представя като:

$$\Delta a = h_0 - \hat{a}_0 = \hat{C}^{-1}Ca(\theta_0) - a(\theta_0 + \Delta\theta). \tag{13}$$

Разликата в (13) обединява двете неточности и е нула при $\Delta\theta = 0$ и $\rho = 0$, отчитайки влиянието на несъответствието във вектора на насочване върху адаптивното формиране на лъча [15].

Ковариационната матрица на компенсираните данни се оценява чрез N наблюдения:

$$\hat{R}_z = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} z(n)z^H(n). \tag{14}$$

Оценката включва полезния сигнал, смущаващите сигнали и шума. Така се отчита възможното потискане на полезния сигнал при неточен вектор на насочване [15].

3. Методи за формиране на лъча и критерий за оценка

Изходният сигнал на антенната решетка се определя като претеглена сума на компенсираните сигнали:

$$y(n) = w^H z(n), \tag{15}$$

където w е векторът на комплексните тегловни коефициенти. Последователността на обработката и подаването на компенсираните данни към блоковете за оценяване и претегляне са показани на фиг. 2.

Адаптивните алгоритми за формиране на лъча при правоъгълни решетки са разгледани в [4, 14]. В настоящото сравнение се използва извадковият вариант на MVDR. Теглата се определят чрез минимизиране на оценената изходна мощност при единичен отговор към предполагаемия вектор на полезния сигнал [15]:

$$min\, w^H \hat{R}_z w, \;\; w^H \hat{a}_0 = 1. \tag{16}$$

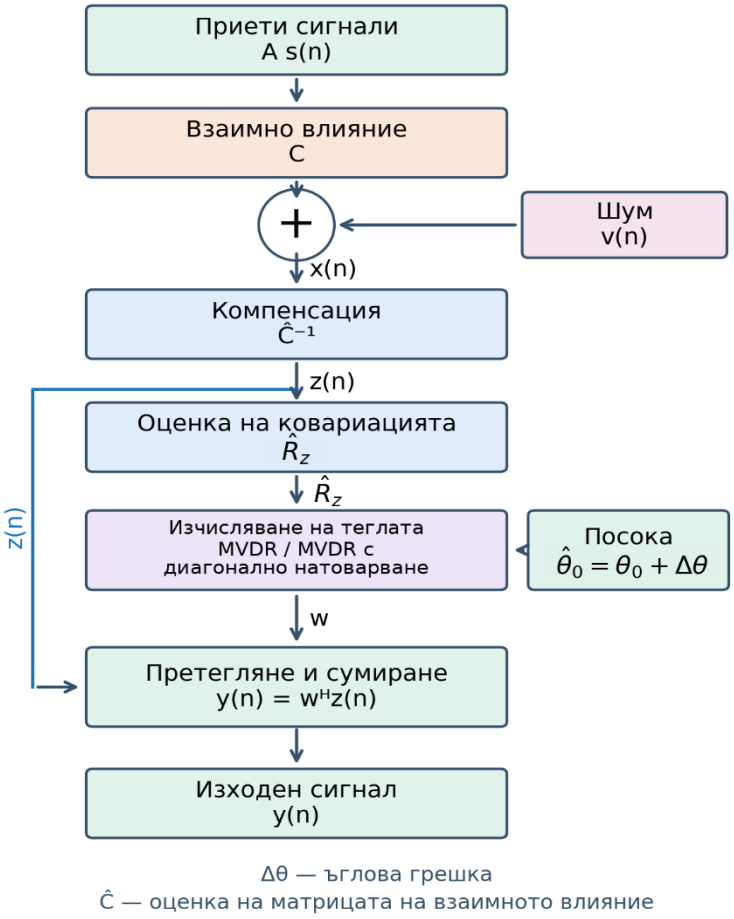
При положително определена $\hat{R}z$ решението е:

$$w_0 = \hat{R}_z^{-1}\hat{a}_0 \,/\, (\hat{a}_0^H \hat{R}_z^{-1}\hat{a}_0). \tag{17}$$

Ограничението в (16) осигурява единичен отговор към номиналния вектор $\hat{a}_0$. При

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - ВАРНА
Technical University of Varna
е-списание ТУ-Варна
ISSN 3033-2559
OPEN ACCESS
DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

несъответствие действителният отговор $w_0^H h_0$ може да се различава от единица.



Фиг. 2. Блокова схема на компенсацията и адаптивното формиране на лъча

За сравнението се използва диагонално натоварване — установен принцип за регуляризация при устойчиво формиране на лъча [15, 16]. Регуляризираната матрица се задава като:

$$Q_\alpha = \hat{R}_z + \alpha[tr(\hat{R}_z)/M]I,\ \alpha \geq 0, \tag{18}$$

където $tr(\cdot)$ е следата на матрицата, а α е безразмерен параметър. Нормировката чрез средната извадкова мощност $tr(\hat{R}z)/M$ съобразява натоварването с мащаба на данните. При $tr(\hat{R}z) > 0$ и $\alpha > 0$ матрицата $Q\alpha$ е положително определена.

Тегловните коефициенти се изчисляват като:

$$w_\alpha = Q_\alpha^{-1}\hat{a}_0 / (\hat{a}_0^H Q_\alpha^{-1}\hat{a}_0). \tag{19}$$

При $\alpha = 0$ израз (19) съвпада с (17), ако $\hat{R}z$ е обратима. В настоящото сравнение α се задава предварително; не се използва процедурата за оптимален избор на натоварването от [15].

DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

За оценяване на действителното качество на приемане се използват пространствените вектори след компенсацията:

$$h_k = Ba(\theta_k),\ k = 0, 1, \dots, K \tag{20}$$

При взаимно некорелирани смущаващи сигнали ковариационната матрица на смущенията и шума е:

$$R_{in} = \sum_{k=1}^{K} P_k h_k h_k^H + R_{\tilde{v}} \tag{21}$$

където $P_k = E\{|s_k(n)|^2\}$ е мощността на k-тия сигнал, а $R_{\tilde{v}}$ е определена с (8). Изходното отношение сигнал към смущения и шум се получава от:

$$SINR(w) = P_0 |w^H h_0|^2 / (w^H R_{in} w) \tag{22}$$

Действителните параметри в (22) се използват само за оценяване на резултата. Те не се предоставят на алгоритмите за изчисляване на w_0 и w_α.

Идеалната сравнителна граница се определя при точно познаване на h_0 и R_{in}. Съответният вектор на теглата е:

$$w_{opt} = R_{in}^{-1} h_0 / (h_0^H R_{in}^{-1} h_0) \tag{23}$$

За положително определена R_{in} този вектор максимизира отношението в (22). Действително, след замяната $u = R_{in}^{1/2} w$ и $b = R_{in}^{-1/2} h_0$ неравенството на Коши–Шварц дава:

$$|u^H b|^2 / (u^H u) \leq b^H b.$$

Равенството се достига при u, пропорционален на b, откъдето следват (23) и максималната стойност:

$$\mathrm{SINR}_{opt} = P_0 h_0^H R_{in}^{-1} h_0 \tag{24}$$

Загубата спрямо тази граница се определя в децибели:

$$L_\alpha = 10\, log_{10}[\mathrm{SINR}_{opt} / SINR(w_\alpha)]. \tag{25}$$

За избрана стойност на α устойчивостта се характеризира чрез средната загуба на SINR при изменение на $\Delta\theta$ и ρ. Допустимата област се определя с условието:

$$\Omega_\alpha = \{(\Delta\theta, \rho): E[L_\alpha(\Delta\theta, \rho)] \leq L_{max}\}. \tag{26}$$

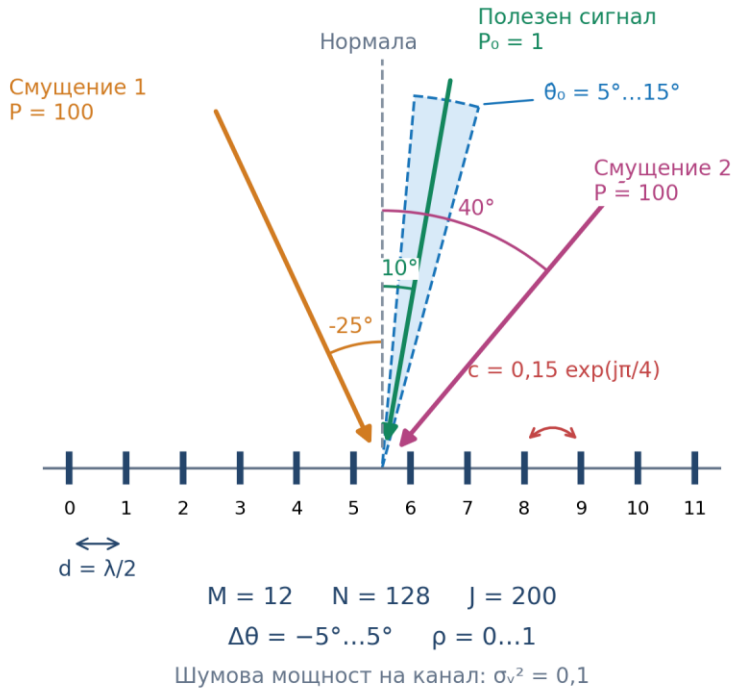
ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - ВАРНА
Technical University of Varna
е-списание ТУ-Варна
ISSN 3033-2559
OPEN ACCESS
DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

В (26) *Lmax* е прагът на средната загуба, оценявана чрез многократни случайни реализации. При фиксиран модел SINRopt е постоянно, затова средната загуба е разликата между него и средното изходно SINR, изразени в децибели. Това осредняване се различава от преобразуването в децибели на средното SINR в линейна скала. Критерият не гарантира спазване на прага във всяка реализация.

При обратимо преобразуване на данните идеалното SINR в (24) се запазва, ако пространственият отговор и шумовата ковариация се преобразуват съгласувано. Следователно ρ влияе върху практическото определяне на теглата при неточен номинален вектор и крайна извадка, без да изменя идеалната граница.

4. Симулационна постановка

За числено изследване се използва линейна еквидистантна решетка с $M = 12$ елемента и междуелементно разстояние $d = \lambda/2$. Задават се полезен сигнал от посока $\theta_0 = 10°$ и два смущаващи сигнала от посоки $\theta_1 = -25°$ и $\theta_2 = 40°$ (фиг. 3). Сигналите се моделират като независими комплексни гаусови процеси с нулеви средни стойности. Мощностите са $P_0 = 1$ и $P_1 = P_2 = 100$, а шумовата мощност на приемен канал е $\sigma_v^2 = 0{,}1$. Преди действието на взаимното влияние тези стойности задават отношение сигнал към шум *10 dB* и отношение на всяко смущение към шума *30 dB*.



Фиг. 3. Симулационна постановка с 12-елементна антенна решетка и диапазон на предполагаемата посока на полезния сигнал

Матрицата C описва взаимно влияние само между непосредствено съседни елементи:

DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

$$\begin{aligned} C_{ml} &= 1,\ m = l \\ C_{ml} &= c,\ |m-l| = 1, \\ C_{ml} &= 0,\ |m-l| > 1 \end{aligned} \tag{27}$$

където $m, l = 0, \ldots, M-1$ и $c = 0{,}15\ exp(j\pi/4)$. Комплексно симетричната матрица е феноменологичен модел за изследване на чувствителността, а не електромагнитно изчислена характеристика на конкретна антена.

Непълната компенсация се задава чрез (9), като ρ се изменя от 0 до 1 със стъпка $0{,}1$. Ъгловата грешка $\Delta\theta$ се изменя от $-5°$ до $5°$ със стъпка $0{,}5°$. Разглеждат се двата знака на грешката поради несиметричното разположение на смущаващите източници спрямо полезния сигнал.

Началният етап използва $N = 128$ и $J = 200$ независими реализации за всяка стойност на ρ. Едни и същи данни се използват за всички $\Delta\theta$ и α в рамките на реализацията.

Сравняват се $\alpha = 0;\ 0{,}01;\ 0{,}1$ и 1. Теглата се определят по (19), а изходното SINR и загубата — по (22) и (25). Допълнителните етапи с различни N и α са описани в разделите „Влияние на броя наблюдения и диагоналното натоварване“ и „Съвместно действие на неточностите при $N = 512$“.

Средната загуба за всяка комбинация от параметри се оценява чрез:

$$\bar{L}_\alpha(\Delta\theta, \rho) = (1/J) \sum_{r=1}^{J} L_{\alpha,r}(\Delta\theta, \rho), \tag{28}$$

където r е номерът на реализацията. Приблизителният точков 95% доверителен интервал за средната загуба е:

$$\bar{L}_\alpha \pm 1{,}96\, s_L/\sqrt{J}, \tag{29}$$

където sL е извадковото стандартно отклонение на загубата в децибели. Коефициентът $1{,}96$ е нормално приближение при голям брой независими реализации; при неизвестна дисперсия стандартният интервал използва квантил на t-разпределението [9]. Интервалите характеризират неопределеността на оценената средна стойност и не са диапазони за отделните реализации или едновременна доверителна област за цялата карта.

Избира се праг $Lmax = 3\ dB$, съответстващ на приблизително двукратно намаляване на SINR спрямо идеалната граница. Представят се карти на средната загуба в равнината $(\Delta\theta, \rho)$ и зависимости на абсолютното изходно SINR. Освен критерия (26) се проверява дали горната доверителна граница е до $3\ dB$; интервалите, които пресичат прага, се означават като гранични. Изводите се отнасят до възлите на изследваната мрежа.

Във всички етапи се проверяват обратимостта и обусловеността на $\hat{C}$, ограничението $w\alpha^H\hat{a}_0 = 1$ и идеалната граница на SINR. Контролните проверки са преминали: максималното отклонение от ограничението е под $1{,}80 \cdot 10^{-15}$, а идеалното SINR е $22{,}14\ dB$ и не е превишено. За възпроизводимост на симулациите генераторът на

DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

случайни числа в MATLAB се инициализира със стойности *20261013, 20261014* и *20261015* съответно за трите етапа.

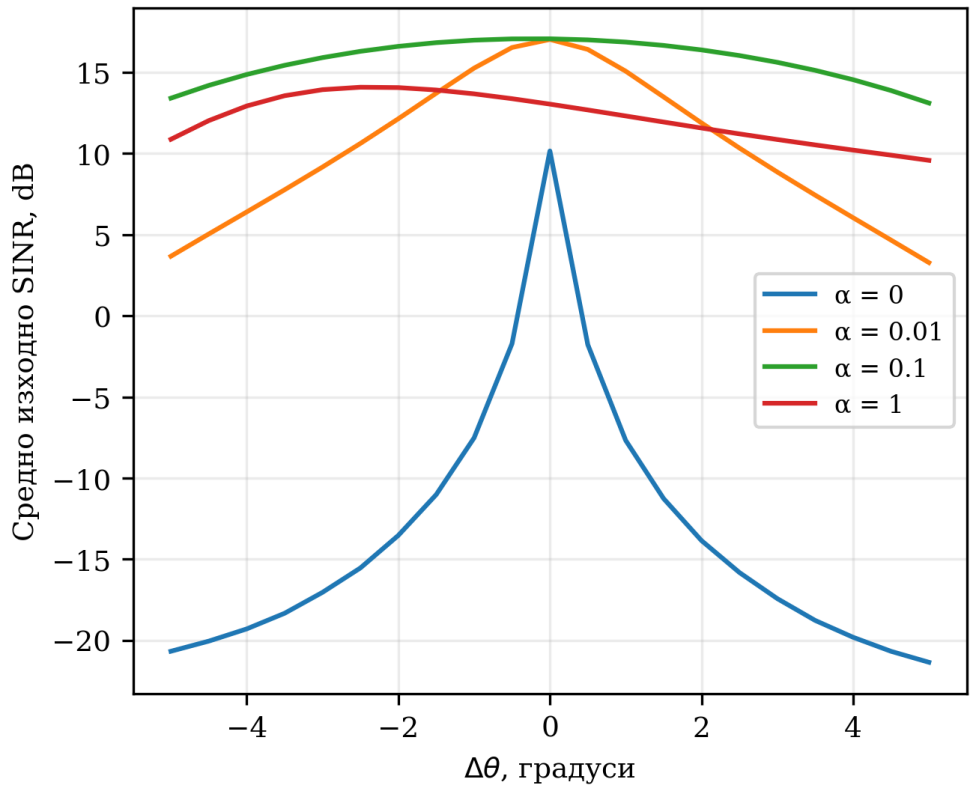
5. Резултати от началното изследване и обсъждане

Началният етап обхваща *924* комбинации от *Δθ, ρ* и *α*. Числото на обусловеност на $\hat{C}(\rho)$ е между *1* и *1,49*, което не показва затруднение при обръщането ѝ.

Таблица 1. Резултати при N = 128, Δθ = 0 и ρ = 0

α	Средна загуба, dB	Средно изходно SINR, dB
0	11,99	10,15
0,01	5,12	17,02
0,1	5,08	17,06
1	9,11	13,04

При точна компенсация диагоналното натоварване с α = 0,1 намалява загубата при крайните ъглови грешки спрямо варианта без натоварване (табл. 2 и фиг. 4). Поведението е съвместимо с чувствителността към несъответствие на вектора на насочване при наличие на полезен сигнал в данните за оценяване [15, 16].



Фиг. 4. Средно изходно SINR при точна компенсация (ρ = 0), N = 128 и различно диагонално натоварване

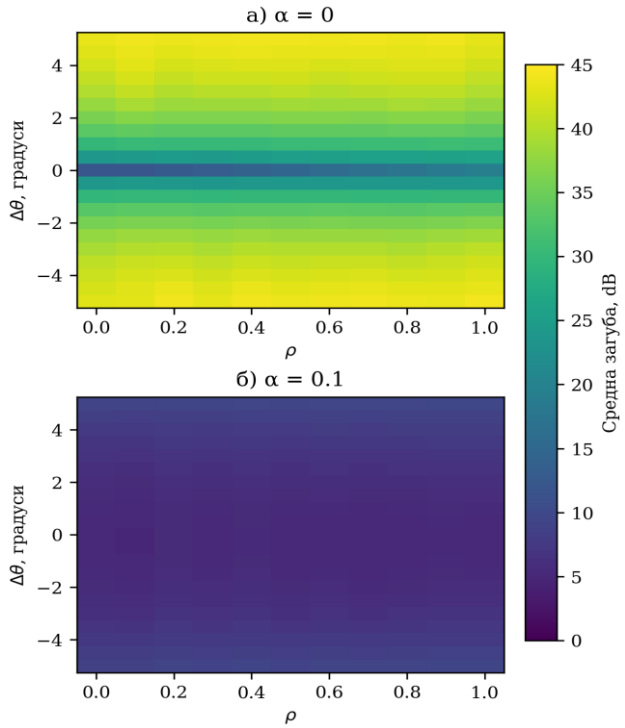
ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - ВАРНА
Technical University of Varna
е-списание ТУ-Варна
ISSN 3033-2559
OPEN ACCESS
DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

Таблица 2. Средна загуба при избрани неточности и N = 128

Δθ, °	ρ	α	Средна загуба, dB
−5	0	0	42,81
+5	0	0	43,49
−5	0	0,1	8,74
+5	0	0,1	9,04
0	1	0	19,31
0	1	0,1	5,13
−5	1	0,1	9,31
+5	1	0,1	9,58

Най-малката средна загуба е *4,88 dB* при $\Delta\theta = 0$, $\rho = 0{,}1$ и $\alpha = 0{,}1$ с интервал *[4,61; 5,16] dB*. Долната доверителна граница е над *3 dB* във всичките *924* комбинации, поради което допустимо множество не е установено.

Умереното натоварване намалява загубата при точен модел (табл. 1), но увеличаването му до $\alpha = 1$ влошава резултата. Натоварването с $\alpha = 0{,}1$ намалява чувствителността към компенсационната неточност в разгледаните случаи (табл. 1 и 2); не е установена обща монотонна зависимост от ρ за всяко Δθ. Реализациите за различните ρ в този етап са независими. Малките разлики между близки средни стойности, включително положението на извадковия минимум при $\rho = 0{,}1$, не доказват предимство на неточната компенсация.



Фиг. 5. Средна загуба на SINR при N = 128: а) без натоварване; б) при α = 0,1. Двата панела използват еднаква цветова скала

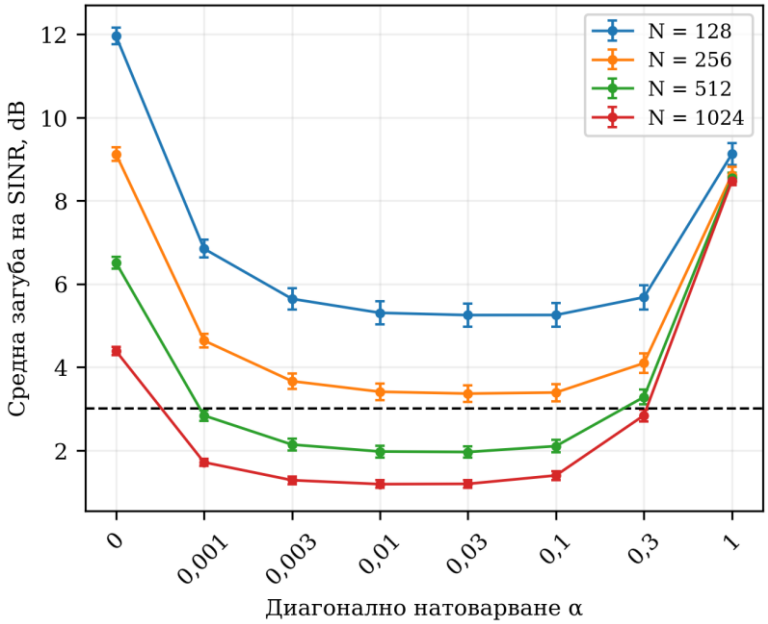
ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - ВАРНА
Technical University of Varna
е-списание ТУ-Варна
ISSN 3033-2559
OPEN ACCESS
DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

Влияние на броя наблюдения и диагоналното натоварване

За оценка на извадковата загуба при $\Delta\theta = 0$ и $\rho = 0$ са сравнени $N = 128, 256, 512$ и 1024 и $\alpha = 0; 0{,}001; 0{,}003; 0{,}01; 0{,}03; 0{,}1; 0{,}3$ и 1. Запазени са $J = 200$ и останалите параметри от симулационната постановка. Изследването обхваща 32 комбинации.

Във всяка реализация се генерира общ набор от 1024 наблюдения. Оценките за $N = 128, 256$ и 512 се изчисляват съответно от първите $128, 256$ и 512 наблюдения от същия набор. Всички α са сравнени при еднакви данни. Новите реализации дават повторна оценка при $N = 128$ и обясняват малките разлики спрямо началното изследване.

Увеличаването на N намалява средната загуба за всяка от осемте стойности на α (фиг. 6). При $\alpha = 0$ тя намалява от $11{,}96$ до $4{,}39$ dB, а при $\alpha = 1$ — от $9{,}12$ до $8{,}48$ dB. Тези два варианта остават над прага за всички проверени N.



Фиг. 6. Средна загуба на SINR при точна посока и точна компенсация. Вертикалните отсечки показват приблизителните точкови 95% доверителни интервали; прекъснатата линия е прагът 3 dB

Таблица 3. Извадкови минимуми на средната загуба при Δθ = 0 и ρ = 0

N	α при минимума	Средна загуба, dB	95% доверителен интервал, dB
128	0,03	5,25	[4,97; 5,53]
256	0,03	3,36	[3,16; 3,56]
512	0,03	1,96	[1,82; 2,10]
1024	0,01	1,19	[1,09; 1,28]

Минимумите в табл. 3 се отнасят до дискретното множество от натоварвания. Най-малкият от четирите проверени броеве наблюдения, при който горната доверителна

DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

граница е до *3 dB* за поне едно натоварване, е $N = 512$. Условието се изпълнява за $\alpha = 0{,}001; 0{,}003; 0{,}01; 0{,}03$ и $0{,}1$. При $\alpha = 0{,}001$ горната граница е *2,96 dB* и е близка до прага.

Избраните настройки са оценени с нов набор от реализации при повторното изследване на съвместните неточности, за да се провери както началният критерий, така и поведението при съвместни неточности.

Съвместно действие на неточностите при N = 512

Повторното изследване използва $N = 512$, $J = 200$ и $\alpha = 0; 0{,}001; 0{,}003; 0{,}01; 0{,}03$ и $0{,}1$ при запазени диапазони и стъпки по $\Delta\theta$ и ρ. Получени са *1386* комбинации. Във всяка реализация едни и същи източници и приемен шум се използват за всички $\Delta\theta$, ρ и α, като съответната компенсация се прилага към общите приети данни.

Таблица 4. Средна загуба при Δθ = 0 и допустими точки при N = 512

α	Загуба при ρ = 0, dB	Загуба при ρ = 1, dB	Точки от цялата мрежа със средна загуба ≤ 3 dB	Точки от цялата мрежа с горна граница ≤ 3 dB	Точки от цялата мрежа с интервал, пресичащ 3 dB
0	6,46	18,37	0	0	0
0,001	2,83	9,65	2	1	1
0,003	2,16	4,88	6	5	1
0,01	2,01	2,48	14	11	6
0,03	2,00	2,07	46	39	11
0,1	2,14	2,13	80	66	22

Броевете в табл. 4 се отнасят до 231 точки от еднаква дискретна мрежа за всяко α, а не до непрекъсната площ. Доверителните граници са приблизителни, точкови и с ниво 95%. При точен модел петте ненулеви натоварвания удовлетворяват условието за горната граница с новите реализации; при α = 0,001 тя е 2,97 dB. Вариантът без натоварване не дава допустима точка.

Таблица 5. Ъглови грешки с горна доверителна граница до 3 dB при N = 512

α	ρ	Проверени допустими Δθ, °
0,01	0; 0,1; …; 1	0
0,03	0 и 0,5	−1; −0,5; 0; 0,5
0,03	1	−0,5; 0; 0,5
0,1	0; 0,1; …; 1	−1,5; −1; −0,5; 0; 0,5; 1

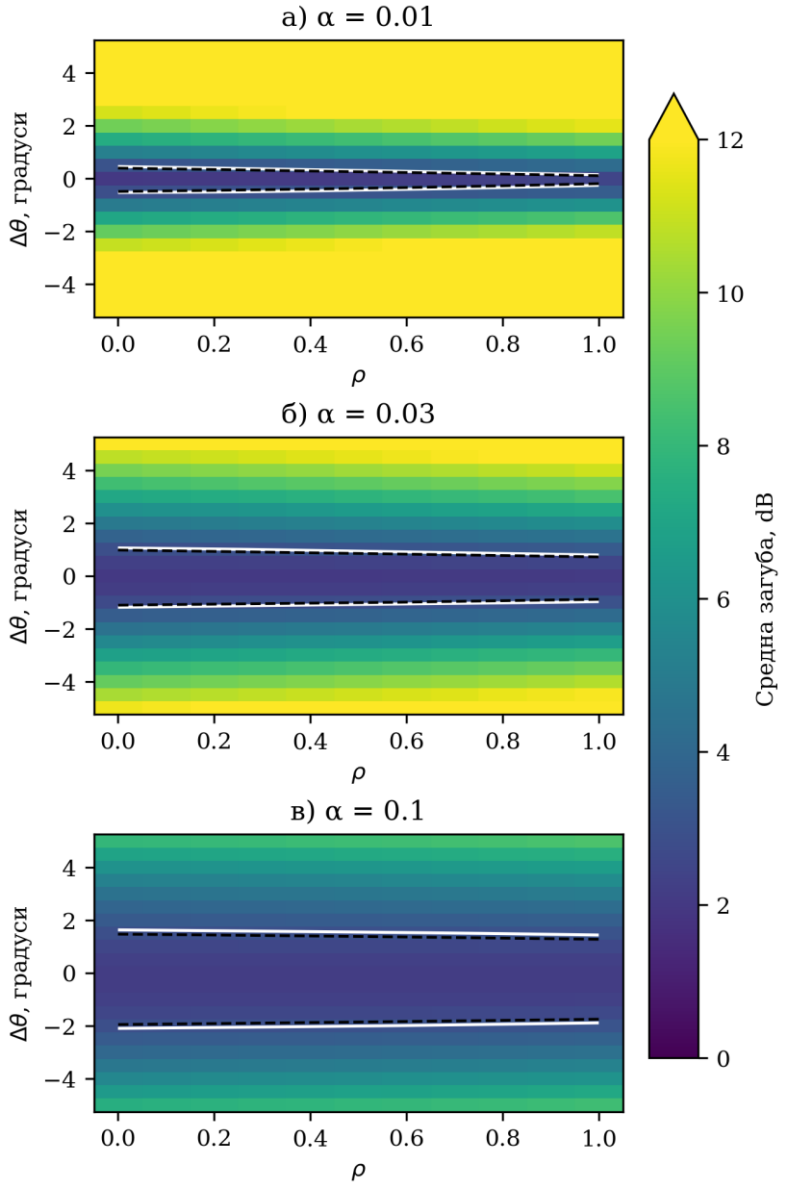
Таблица 5 обобщава разгледаните сечения на фиг. 7. При $\alpha = 0{,}1$ се получава най-широкото множество от проверени допустими точки сред сравняваните натоварвания. Изброените ъгли са възли на мрежата и не задават непрекъснат допустим интервал.

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - ВАРНА
Technical University of Varna
е-списание ТУ-Варна
ISSN 3033-2559
OPEN ACCESS
DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

При $\alpha = 0{,}03$ и $\alpha = 0{,}1$ крайните стойности на средната загуба за $\rho = 0$ и $\rho = 1$ са близки, докато при слабо натоварване компенсационната неточност има значително влияние (табл. 4).

Макар при точен модел $\alpha = 0{,}03$ да дава малко по-ниска средна загуба от $\alpha = 0{,}1$, последният вариант допуска повече комбинации под прага. Следователно натоварването следва да се избира според поведението в зададения диапазон на неточностите, а не само в началната точка.

Броят на граничните точки, чиито интервали пресичат прага, е посочен в табл. 4. Уточняването на тези участъци изисква по-малки стъпки и при необходимост повече реализации.



Фиг. 7. Средна загуба на SINR при N = 512: а) α = 0,01; б) α = 0,03; в) α = 0,1. Бяла линия — средна загуба 3 dB; черна прекъсната линия — горна граница на точковия 95% интервал 3 dB. Общата цветова скала е ограничена до 12 dB

DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

6. Заключение

Оценена е устойчивостта на извадковия MVDR и вариантите с диагонално натоварване при съвместно действие на ъглова грешка и непълна компенсация на взаимното влияние. Критерият е средна загуба на изходното SINR до *3 dB* спрямо идеалната граница.

При $N = 128$ допустимо множество не е установено. $N = 512$ е най-малкият от проверените броеве наблюдения, при който част от натоварванията удовлетворяват началния критерий при точен модел, потвърден с независим набор от реализации.

При $N = 512$ и $\alpha = 0{,}1$ се получава най-широкото множество от проверени допустими точки: за шестте грешки от $-1{,}5°$ до $+1°$ през $0{,}5°$ горната граница на точковия *95%* интервал остава под *3 dB* при всички проверени ρ. Изборът по най-ниската загуба при точен модел не осигурява непременно най-голяма устойчивост към неточности.

Получените граници са обусловени от геометрията, сигналните условия, модела на взаимното влияние и дискретната мрежа. Те не задават универсален ъглов допуск; обобщаването им изисква проверка при други конфигурации.

Използвана литература

1. Василева, В., Донева, М., Василев, Р., & Неделчев, И. Анализ на смарт антени — адаптивни линейни еквидистантни решетки с равномерно и неравномерно амплитудно разпределение на решетката и диаграма на насоченост. Сборник научни трудове на ШУ „Епископ Константин Преславски“, т. 2, с. 170–176, 2009. ISBN: 978-954-577-540-6.
2. Василева, В., Савов, С., & Донева, М. Правоъгълна еквидистантна смарт антена с изотропни елементи — методи за адаптивно формиране на лъча, компенсиране на взаимното влияние. Сборник научни трудове на РУ „Ангел Кънчев“, т. 47, серия 3.2, с. 57–61, 2008. ISSN: 1311-3321.
3. Савов, С. В., Василева, В. Й., & Донева, М. Г. Novel Methods of Analysis of Smart Antennas, Based on Uniform Arrays, Лятна школа по теоретична електротехника, Созопол, 20–23 септември 2009.
4. Doneva, M. G., Vasileva, V. Y., & Savov, S. V. Analysis of uniform rectangular smart antennas with omnidirectional elements, part 2: ABF algorithms. Годишник на ТУ–Варна, с. 50–54, 2007. ISSN: 1311-896X.
5. Doneva, M., Vasileva, V., & Vasilev, R. Uniform rectangular smart antenna with omnidirectional elements. Mutual coupling compensation. Годишник на ТУ–Варна, т. 2, с. 44–46, 2008. ISSN: 1311-896X.
6. Friedlander, B., & Weiss, A. J. Direction finding in the presence of mutual coupling. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 39(3), 273–284, 1991. DOI: 10.1109/8.76322.

DOI : https://doi.org/10.29114/ejtuv.vol1.iss3.84

7. Gu, Y., & Leshem, A. Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix reconstruction and steering vector estimation. IEEE Transactions on Signal Processing, 60(7), 3881–3885, 2012. DOI: 10.1109/TSP.2012.2194289.
8. Lorenz, R. G., & Boyd, S. P. Robust minimum variance beamforming. IEEE Transactions on Signal Processing, 53(5), 1684–1696, 2005. DOI: 10.1109/TSP.2005.845436.
9. NIST/SEMATECH. e-Handbook of Statistical Methods. Section 1.3.5.2 Confidence Limits for the Mean. https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda352.htm (достъп: 13.10.2026).
10. Savov, S. V., Vasileva, V. Y., & Doneva, M. Novel smart antenna based on half-wavelength dipoles. 2nd European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Edinburgh, UK, November 2007.
11. Savov, S., Vasileva, V., & Doneva, M. Smart antenna configurations — analysis based on ESPRIT methods. ICEST 2009, Proceedings of Papers, vol. 1, pp. 49–52, Veliko Tarnovo, Bulgaria, June 2009. ISBN: 978-954-438-796-9.
12. Van Trees, H. L. Optimum Array Processing. Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory. Wiley, 2002. DOI: 10.1002/0471221104.
13. Vasileva, V. Y., Doneva, M. G., & Savov, S. V. Analysis of uniform rectangular smart antennas with omnidirectional elements, part 1: DOA methods. Годишник на ТУ–Варна, с. 44–49, 2007. ISSN: 1311-896X.
14. Vasileva, V., Savov, S., & Doneva, M. Analysis of smart antennas with URA based on half-wavelength dipoles — simple DOA and ABF methods. ICEST 2008, Proceedings of Papers, vol. 2, pp. 388–391, Niš, Serbia, 2008. ISBN: 978-86-85195-60-0.
15. Vorobyov, S. A., Gershman, A. B., & Luo, Z.-Q. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem. IEEE Transactions on Signal Processing, 51(2), 313–324, 2003. DOI: 10.1109/TSP.2002.806865.
16. Vorobyov, S. A. Principles of minimum variance robust adaptive beamforming design. Signal Processing, 93(12), 3264–3277, 2013. DOI: 10.1016/j.sigpro.2012.10.021.
17. Xing, G., Yao, Z., Wei, H., & Hu, Y. Robust adaptive beamforming based on covariance matrix reconstruction with annular uncertainty set constraints. PLOS ONE, 20(7), e0327461, 2025. DOI: 10.1371/journal.pone.0327461.